**Условие:** Найдите оптимальное решение задачи распределения капи­та­ло­вло­же­ний при условии, что суммарный объем инвестиций равен 7.000.000 руб.

Таблица 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Проект** | **Предприятие 1** | **Предприятие 2** | **Предприятие 3** |
| **C1** | **R1** | **C2** | **R2** | **C3** | **R3** |
| 1234 | 234- | 456- | 345- | 457- | 0235 | 0359 |

**Решение:**

Каждому из 3-х предприятий ставим в соответствие некоторый этап, по­с­кольку требуется выбрать оптимальный проект для каждого из 3-х предпри­я­­тий. Данные этапы связаны между собой посредством ограничения на сум­мар­ный объ­ем капиталовложений – 7 млн. руб. При построении модели учи­ты­ваем эту связь таким образом, чтобы получить возможность по отдельно­с­ти решать подзадачи, соответствующие каждому этапу, не нарушая при этом условия допустимости.

Вводим следующие обозначения:

X1 – объем капиталовложений, распределенных на этапе 1;

X2 – объем капиталовложений, распределенных на этапах 1 и 2;

X3 – объем капиталовложений, распределенных на этапе 1, 2, 3.

Конкретные значения X1 и X2 заранее не известны, однако эти значения лежат в интервале от 0 до 7. Так как затраты на реализацию каждого из про­ек­тов выражаются целыми числами, значения X1 и X2 могут быть равны 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, а значение переменной X3 равно 7.

Пусть

f1\*(X1) – максимальный доход, полученный на этапе 1, при заданном зна­чении X1,

f2\*(X2) – максимальный доход, полученный на этапах 1 и 2, при задан­ном значении X2,

f3\*(X3) – максимальный доход, полученный на этапах 1, 2, 3, при за­дан­ном значении X3.

Тогда рекуррентное соотношение динамического программирования бу­дет иметь следующий вид:

f0\*(X0) = 0

fj\*(Xj) = max {Rj (kj) + fj-1\*(Xj-1)}, j = 1, 2, 3, где максимум берется по до­пустимым проектам kj.

Так как cj (kj) = Xj – Xj-1, следовательно, Xj-1 = Xj – cj, (kj) ≥ 0.

Откуда cj (kj) ≤ Xj.

Приведем результаты поэтапных расчетов на основе рекуррентного со­отношения.

Этап 1. f1\*(X1) = max {R1 (k1)}, c1 (k1) ≤ X1, k1 = 1, 2, 3.

Таблица 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X1 | R1(k1) | **Оптимальное решение** |
| k1 = 1 | k1 = 2 | k1 = 3 | f1\*(X1) | k1\* |
| 01234567 | --444444 | ---55555 | ----6666 | --456666 | --123333 |

Этап 2. f2\*(X2) = max {R2 (k2) + f1\*(X2 – c2(k2))}, c2 (k2) ≤ X2, k2 = 1, 2, 3.

Таблица 3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X2 | {R2 (k2) + f1\*(X2 – c2(k2))} | **Оптимальное решение** |
| k2 = 1 | k2 = 2 | k2 = 3 | f2\*(X2) | k2\* |
| 01234567 | ---4+0=44+0=44+4=84+5=94+6=10 | ----5+0=55+0=55+4=95+5=10 | -----7+0=77+0=77+4=11 | ---458911 | ---1211,23 |

Этап 3. f3\*(X3) = max {R3 (k3) + f2\*(X3 – c3(k3))}, c3 (k3) ≤ X3, k3 = 1, 2, 3, 4.

Таблица 4

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X3 | {R3 (k3) + f2\*(X3 – c3(k3))} | **Оптимальное решение** |
| k3 = 1 | k3 = 2 | k3 = 3 | k3 = 4 | f3\*(X3) | k3\* |
| 7 | 0+10=10 | 3+8=11 | 5+5=10 | 9+0=9 | 11 | 2 |

Максимальный доход от инвестиций в объеме 7 млн. руб. составит 11 млн. руб. Оптимальное решение можно найти непосредственно из приведен­ных таблиц, используя соотношение Xj-1 = Xj – cj (kj). Причем сначала рас­сматриваем таблицу, полученную на этапе 3, затем на этапах 2 и 1. В резуль­та­те получаем, что оптимальное распределение капи­та­ло­вло­же­ний достига­ет­ся при использовании набора проектов {1, 1, 2}.